

DVOP Pokročilé informatiky

Matěj Cajthaml, šk. r. 2023/2024 na Smíchovské střední průmyslové škole a gymnáziu

GRAFOVÁ TEORIE | OPAKOVÁNÍ

1. Neorientovaný graf

Uvažujte neorientovaný graf G s následující maticí sousednosti:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Vrcholy jsou číslovány od 1 do 4 vždy po sloupci a řádku.

1. Určete stupeň vrcholu 2.
2. Zjistěte, zda je graf G souvislý.
3. Najděte kostru grafu G .

2. Orientovaný graf

Pro graf $G = (\{1, \dots, 6\}, E)$, kde $E = \{(1, 2), (1, 3), (3, 4), (3, 2), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 4), (5, 6)\}$. Odpovězte na následující otázky:

1. Jaký je stupeň všech vrcholů (vstupní $\deg^+$ a výstupní $\deg^-$)?
2. Je graf silně souvislý?

3. Binární maximová halda

Proveďte následující operace na prázdné binární maximové haldě H .

1. $\text{Add}_H(3)$, $\text{Add}_H(4)$, $\text{Add}_H(1)$
2. $\text{ExtractMax}_H()$
3. $\text{Add}_H(6)$, $\text{Add}_H(18)$, $\text{Add}_H(8)$, $\text{Add}_H(-10)$
4. $\text{ExtractMax}_H()$

Odpovězte na následující otázky:

1. Kolik hladin má H po splnění všech operací v kroku č. 3?
2. Kolik je nutné projít vrcholů pro zavolání kroku č. 4?
3. Kolik je nutné projít vrcholů pro zavolání všech kroku č. 2?

4. Binární vyhledávací strom

Proveďte následující operace na prázdném binárním vyhledávacím stromě (BVS) T .

1. $\text{Add}_T(3)$, $\text{Add}_T(4)$, $\text{Add}_T(1)$
2. $\text{Remove}_T(1)$
3. $\text{Add}_T(1)$, $\text{Add}_T(-1)$, $\text{Add}_T(10)$
4. $\text{Remove}_T(10)$, $\text{Remove}_T(3)$
5. $\text{Add}_T(6)$

Odpovězte na následující otázky:

1. Kolik vrcholů se musí zkontrolovat pro vyhledání hodnoty -1 ?
2. Jak se algoritmus na vyhledání hodnoty v stromě T bude chovat, pokud v něm hodnota nebude, např. při vyhledání hodnoty 2 ?
3. Je výsledný strom T dokonale vyvážený?

5. Acyklický graf

Graf G je acyklický právě tehdy, když jako podgraf neobsahuje cyklus.

Rozhodněte a dokažte, jestli platí následující tvrzení.

1. G je acyklický, potom $E < V$.
2. Pokud $E < V$, potom G je acyklický.

6. DFS

Uvažujte neorientovaný graf G s následující maticí sousednosti:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Vrcholy jsou číslovány od 1 do 5 vždy po sloupci a řádku.

1. Proveďte průchod grafem G pomocí DFS a zapište pořadí navštívení vrcholů z vrcholu 1.
2. Sestrojte binární vyhledávací strom (BST) z vrcholů grafu G na základě pořadí z prvního kroku.
3. Určete počet hladin BST z druhého kroku.

7. Topologické uspořádání

Uvažujte orientovaný graf G s následující maticí sousednosti:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Vrcholy jsou číslovány od 1 do 6 vždy po sloupci a řádku.

1. Zjistěte si, co je to **topologické uspořádání**.
2. Určete topologické uspořádání grafu G , př. ukažte, že takové uspořádání neexistuje.